



Ejercicios sobre opciones reales en la valoración de proyectos de inversión

© Juan Mascareñas

Universidad Complutense de Madrid

Versión inicial: dic. 07 - Última versión: **mar. 08**

1. Opción real de ampliación o crecimiento.

La cadena de supermercados SMT está analizando la posibilidad de implantarse en la Comunidad de Madrid. Para ello se plantea realizar una inversión inicial de 60 millones de euros que destinará a la apertura de cuatro locales y de los que espera obtener un valor actual medio de 55 millones de euros; esta cifra tiene una variabilidad medida por la desviación típica de sus rendimientos de un 30%.

A los dos años tiene previsto plantearse ampliar el proyecto abriendo unos 12 locales más lo que implica un desembolso adicional de 200 millones de euros y, a cambio, espera recibir unos flujos de caja totales valorados en tres veces el valor del proyecto inicial en ese instante.

Sabiendo que el tipo de interés sin riesgo es del 5% anual, calcule el valor actual neto total del proyecto completo y el valor de la opción de ampliar el negocio.

Solución

$S = 55$ millones €

$X = 60$ millones €

$t = 2$ años

$\sigma = 30\%$ anual

$r_f = 5\%$ anual

Dos años después

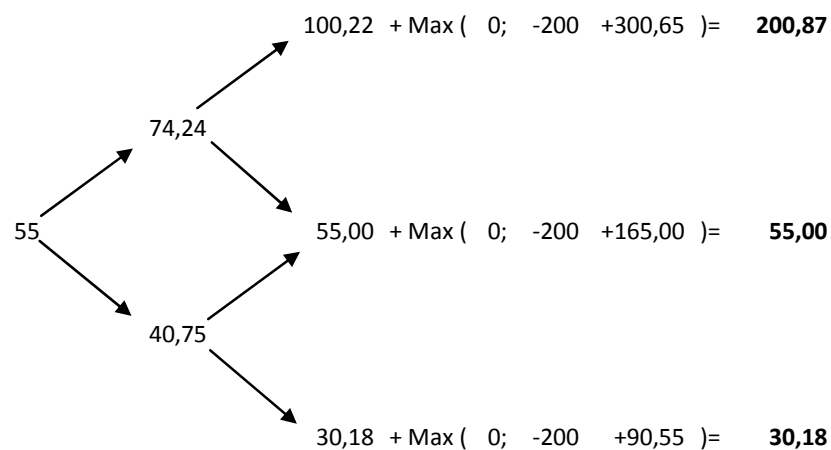
$X = 200$ millones €

$VA_2 = 3 \times$ valor año 2 del proyecto inicial

$$U = e^{\sigma} = e^{0,3} = 1,35$$

$$D = 1/U = 0,74$$

$$p = \frac{1,05 - 0,74}{1,35 - 0,74} = 50,8\%$$



Sólo se acometerá la segunda inversión en el caso más optimista de la primera, cuando ésta última toma un valor de 100,22 millones.

Ahora procederemos a avanzar de derecha hacia izquierda multiplicando cada valor por su probabilidad neutral al riesgo y actualizando el resultado:

$$E_1^+ = [200,87 \times 50,8\% + 55,00 \times 49,2\%] / 1,05 = 122,91$$

$$E_1^- = [55,00 \times 50,8\% + 30,18 \times 49,2\%] / 1,05 = 40,75$$

$$E_0 = [122,91 \times 50,8\% + 40,75 \times 49,2\%] / 1,05 - 60 = \mathbf{18,53 \text{ millones } \text{€}}$$

Opción de ampliar = VAN total – VAN básico

$$\text{VAN básico} = -60 + 55 = -5 \text{ millones } \text{€}$$

$$\text{Opción de ampliar} = 18,53 - (-5) = \mathbf{23,53 \text{ millones } \text{€}}$$

2. Opción real de crecimiento y de abandono¹.

DuPont Ventures está analizando la posibilidad de adquirir un paquete accionarial representativo del 51% de los derechos de voto de una interesante empresa tecnológica -Corptech-, de reciente creación, que está buscando financiación para poder desarrollar sus productos. Una condición que pone a la hora de adquirir dicho paquete es la de adquirir también el derecho a negarse a permitir licenciar el uso de la tecnología desarrollada por Corptech que pudiera ser utilizada en sectores prioritarios para DuPont y que no fueran de interés preferencial para Corptech.

Ventures, después de un análisis pormenorizado de los flujos de caja esperados realizado juntamente a los directivos de Corptech adquiere el 51% de esta empresa por 1,5 millones de dólares que coincide con el valor actual de los flujos de caja estimados que le corresponderían, aunque éste último valor está sujeto a una volatilidad del 62%. Por supuesto, que Ventures retiene la opción de vender su paquete accionarial en el futuro si la operación no cumpliera sus expectativas.

Los productos desarrollados por Corptech son analizados por las divisiones interesadas de DuPont y si los consideran interesantes serán comercializados por ésta o éstas. En resumen, se piensa que con un desembolso adicional dentro de un año de 500.000 dólares (que corre a cargo íntegramente de DuPont) se puede obtener un valor actual de los flujos de caja para ese instante igual al 70% del valor total que la inversión inicial alcanzará al final del primer año (el 51% le corresponde a DuPont).

¹ Este ejercicio se basa en las operaciones reales realizadas por DuPont Ventures, quien utiliza la metodología de opciones reales para realizar operaciones como la aquí descrita (obviamente esta operación representa una situación hipotética). Véase: Van Putten, Alexander y MacMillan, Ian (2004): "Making Real Options Really Work". *Harvard Business Review*. Dic. Pp.: 134-141

Pero, además, si el valor de la parte del proyecto total al final del año 1 correspondiente a DuPont descendiese por debajo del 80% del precio pagado por el 51% de las acciones de Corptech, Ventures procedería a venderlo por dicha cantidad a otro competidor. Y si DuPont decide invertir el medio millón adicional y el valor de su parte del proyecto al final del año 2 cayese por debajo del 80% de las cantidades invertidas en la operación Corptech (es decir, 2 millones de dólares) también se vendería por dicha cantidad.

Calcule el valor actual neto total del proyecto para Ventures sabiendo que el tipo de interés sin riesgo es del 5%.

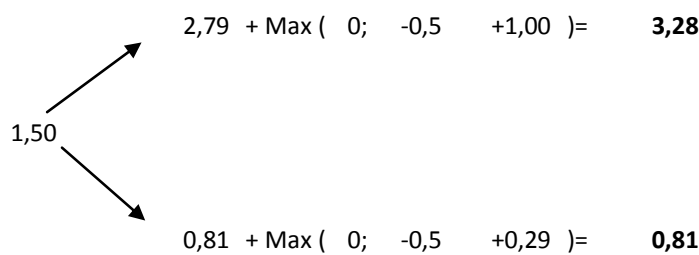
Solución

El VAN básico de la operación de la adquisición de Corptech es nulo, puesto que se pagan 1,5 millones de dólares a cambio de recibir la misma cantidad en el valor actual de los flujos de caja esperados.

En el árbol binomial inferior se muestra lo que puede ocurrir después de transcurrir un año. Y para construirlo debemos calcular los coeficientes de ascenso y descenso.

$$U = e^{\sigma} = e^{0,62} = 1,859$$

$$D = 1/U = 0,538$$



En el primer caso el cálculo desde el punto de vista de DuPont para saber si le interesa invertir adicionalmente medio millón de dólares es (hay que tener en cuenta que DuPont sólo tiene derecho al 51% de los flujos adicionales pero desembolsa la totalidad del medio millón de dólares):

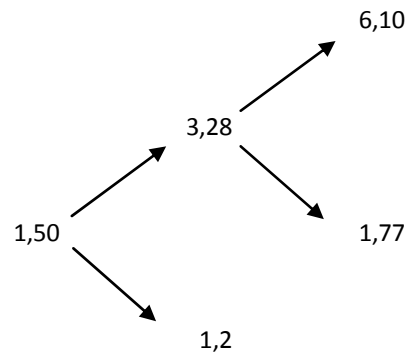
$$2,79 + \text{Max}(0; -0,5 + 2,79 \times 0,7 \times 0,51) = 2,79 + 0,49 = 3,28$$

Lo mismo haríamos para el segundo caso:

$$0,81 + \text{Max}(0; -0,5 + 0,81 \times 0,7 \times 0,51) = 2,79 + 0 = 0,81$$

Como se aprecia sólo en el primer caso se puede acometer el proyecto ampliado por parte de DuPont pero en el segundo caso el valor de ampliarlo es negativo, y el valor de no hacer nada es 0,81 millones que sería la opción elegida sino fuese porque, a su vez, este valor es más pequeño que 1,2 millones (el 80% de 1,5) que es el precio al que se puede vender el 51% del capital de Corptech; luego se procederá a venderle por esta última cantidad.

Si ahora vemos lo que ocurre en el año dos:



En el segundo año el valor del proyecto ampliado es siempre superior al 80% de la inversión total de DuPont (2 millones), es decir, 1,6 millones de euros por lo que el proyecto no se vende.

Las probabilidades neutrales al riesgo son:

$$p = \frac{1,05 - 0,538}{1,859 - 0,538} = 0,388 ; 1-p = 0,612$$

El valor del proyecto para DuPont al final del año 1 puede ser igual a los dos valores siguientes:

$$E_1^+ = \frac{6,10 \times p + 1,77(1-p)}{1,05} = 3,28$$

$$E_1^- = 1,2$$

El VAN total del proyecto para DuPont es (obsérvese que hay que detraer el desembolso inicial de la adquisición del paquete accionario de Corptech: 1,5 millones de dólares):

$$E_0 = \frac{3,28 \times p + 1,2(1-p)}{1,05} - 1,5 = \mathbf{0,412 \text{ mill. \$}}$$

Este valor lo consigue gracias a la opción de ampliar y a la de abandonar, porque si no las tuviera su VAN = 0.

3. Opción real de abandono.

El valor actual medio de los flujos de caja esperados de un proyecto de inversión es 242,45 millones de euros sujetos a una volatilidad del 40% anual. El desembolso inicial de dicho proyecto es de 200 millones. Pero en dichos cálculos no se han incluido la opción de abandono de que dispone el inversor y que consiste en vender el proyecto en el primer año por 225 millones de euros si el valor del mismo es inferior a dicha cantidad y por 255 millones en el segundo año si en el primero no se hubiera vendido.

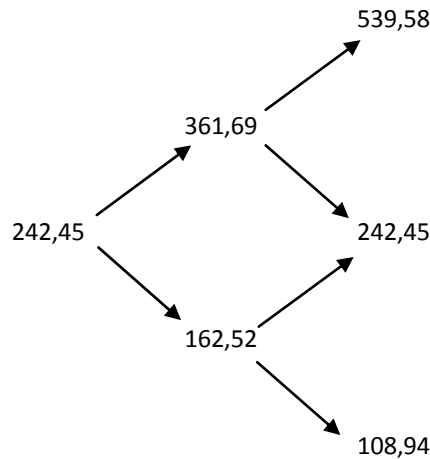
Calcule el valor de la opción de abandono y el VAN total del proyecto sabiendo que el tipo de interés sin riesgo es del 5% anual.

Solución

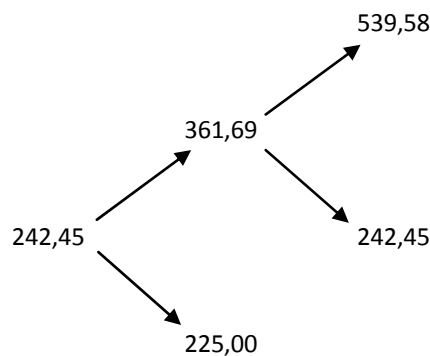
En el árbol binomial inferior se muestra la evolución del VA esperado del proyecto para lo que se ha hecho necesario calcular los coeficientes de ascenso y descenso.

$$U = e^{\sigma} = e^{0,4} = 1,49$$

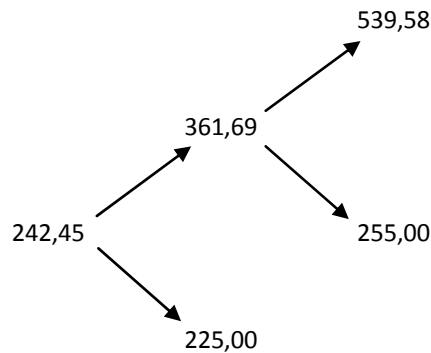
$$D = 1/U = 0,67$$



Tal y como el inversor desea decidir (esto es: primero se mira si se puede vender en año 1 y después si no se ha hecho se decide si se vende o no en el año 2), se puede observar como en el primer año y en el caso pesimista aquél decidirá deshacerse del proyecto vendiéndolo por 225 millones de euros con lo que el árbol binomial quedará así:



En cuanto al segundo año se observa como en el caso pesimista (242,45) es inferior a los 255 millones que el inversor puede conseguir por su inversión, por lo que procederá a vender el proyecto. El árbol binomial definitivo quedará así:



Para calcular el valor del VAN total, lo primero será obtener las probabilidades neutrales al riesgo:

$$p = \frac{1,05 - 0,67}{1,49 - 0,67} = 0,462 ; 1-p = 0,538$$

El valor del proyecto al final del año 1 puede ser igual a los dos valores siguientes:

$$E_1^+ = \frac{539,58 \times p + 255(1-p)}{1,05} = 368,12$$

$$E_1^- = 225$$

El VAN total del proyecto es (obsérvese que hay que detraer el desembolso inicial del proyecto: 200 millones de dólares):

$$E_0 = \frac{368,12 \times p + 255(1-p)}{1,05} - 200 = 277,28 - 200 = \mathbf{77,28 \text{ mill. €}}$$

El valor de la opción de abandono es igual a (recuerde, el VAN básico es $-200 + 242,45$):

$$\text{Opción de abandono} = \text{VAN total} - \text{VAN básico} = 77,28 - 42,45 = \mathbf{34,83 \text{ mill. €}}$$

4. Opción real de abandono.

Microtecnología SA es una empresa española especializada en el desarrollo de nuevos productos basados en la nanotecnología. Acaba de patentar el diseño de un nanorobot capaz de ser utilizado en las arterias para limpiar las adherencias provocadas por el colesterol lo que reducirá el riesgo de trombos. Su equipo directivo está estudiando la posibilidad de fabricar y comercializar el Asimov -que así se llama el robot en honor del escritor que popularizó el viaje de un microsubmarino por el interior del cuerpo humano- para lo que debe construir una nueva planta industrial; el coste estimado de ésta es de unos 128 millones de euros. El valor actual medio de los flujos de caja que se espera genere el proyecto, descontados a una tasa de descuento ajustada al riesgo del proyecto, es de 125 millones de euros mientras que la volatilidad de dicho valor es del 55%. El tipo de interés sin riesgo utilizado es del 4% anual.

Debido a la alta volatilidad los directivos desean poseer una opción de abandono del proyecto en el caso de que la situación así lo aconseje. Para ello han llegado a un acuerdo con una compañía suministradora de equipos para revenderle los que Microtecnología está utilizando en cualquiera de los próximos cinco años a razón de 80 millones el primer año, 70 el segundo, 60 el tercero, 50 el cuarto y 40 millones el quinto y último.

¿Cuánto vale la opción de abandono?

Nota.: Para el cálculo utilice un árbol binomial por periodos anuales.

Solución

Lo primero será dibujar el comportamiento del valor del proyecto Asimov a lo largo de los próximos cinco años mediante un árbol binomial.

El coeficiente de ascenso es $U = e^{0,55} = 1,733$

El coeficiente de descenso es $D = 1/U = 0,577$

				1.955,3
			1.128,1	
		650,9		650,9
		375,5	375,5	
	216,7		216,7	216,7
125,0		125,0	125,0	
	72,1		72,1	72,1
		41,6	41,6	
			24,0	24,0
			13,9	
				8,0

Vamos a comenzar el cálculo desde el final.

El último año, el quinto, puede venderse el proyecto por 40 millones de euros, lo que significa que de los seis escenarios que aparecen en el árbol sólo en dos interesará deshacerse del equipo (en los que el valor del proyecto toma los valores de 24 y de 8 millones de euros, respectivamente). El nuevo árbol binomial, después de esta supuesta venta, será el siguiente.

				1.955,3
			1.128,1	
		650,9		650,9
		375,5	375,5	
	216,7		216,7	216,7
125,0		125,0	125,0	
	72,1		72,1	72,1
		41,6	41,6	
		24,0		<input type="text" value="40,0"/>
			13,9	
				<input type="text" value="40,0"/>

El siguiente paso será calcular el impacto que la posible venta del proyecto en el quinto año tiene en el año anterior –el cuarto-. Para ello hay que calcular las probabilidades neutrales al riesgo:

$$P = [(1+0,04)-0,577] / (1,733-0,577) = 40,05\%$$

Ahora recalcularemos los valores del cuarto año en función de los del quinto. Así, por ejemplo, 50,8 surge de $[72,1 \times 40,05\% + 40 \times (1-40,05\%)] / 1,04$

				1.955,3
			1.128,1	
		650,9		650,9
		375,5	375,5	
	216,7		216,7	216,7
125,0		125,0	125,0	
	72,1		72,1	72,1
		41,6	50,8	
		24,0		<input type="text" value="40,0"/>
			38,5	
				<input type="text" value="40,0"/>

En este cuarto año se pueden vender los equipos por 50 millones de euros y sólo en el peor de los escenarios (38,5 millones) conviene ejercer la opción de abandono. Obsérvese que inicialmente, había dos escenarios malos en este año con valores de 41,6 y 13,9; sin embargo, el de 41,6 se ha transformado en 50,8 es decir

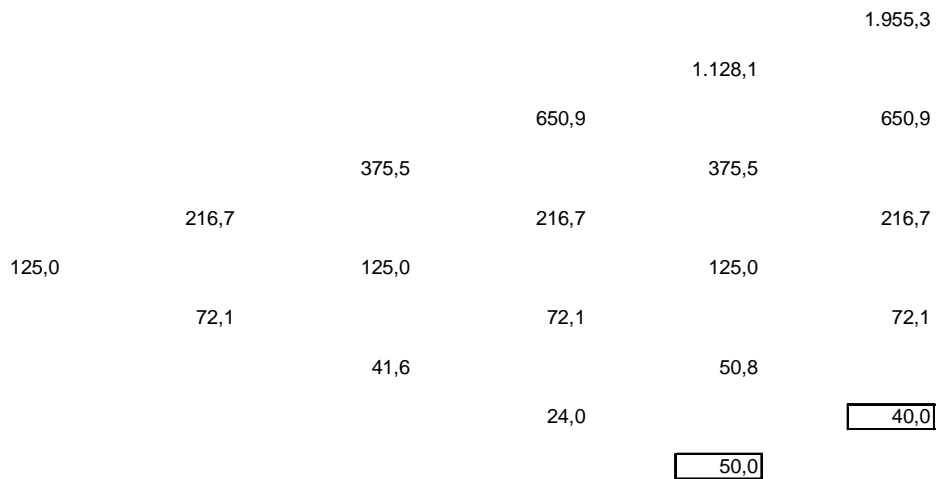
$$50,8 = 41,6 + \text{la opción de vender el proyecto el año 5º por 40 millones}$$

Luego la opción de vender el proyecto en el 5º año vale $50,8 - 41,6 = 9,2$

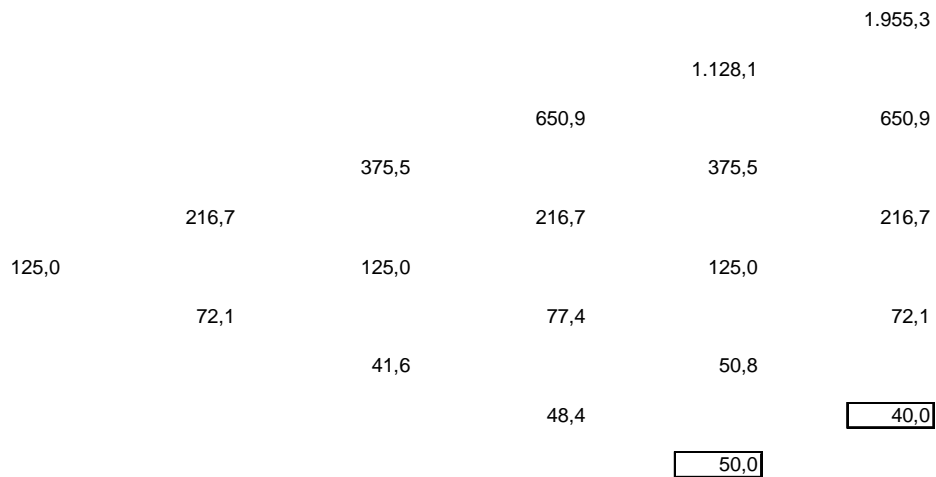
Lo mismo le pasa al escenario que valía 13,9 y cuyo valor pasa a ser de 38,5:

$38,5 = 13,9 +$ la opción de vender el proyecto el año 5º por 40 millones
 Luego la opción de vender el proyecto en el 5º año vale $38,5 - 13,9 = 24,6$

Mientras que el valor de 50,8 es ligeramente superior a 50 y elude, de momento, la venta de los equipos, no le ocurre lo mismo al peor escenario por lo que la directiva decidirá ejercer la opción de abandono a cambio de 50 millones de euros. El nuevo árbol quedará así (fíjese que el peor escenario del 5º año -40 millones- ha desaparecido porque la única manera de llegar a él es a través del peor escenario del 4º año y como en este caso se decide vender el proyecto ya nunca se llegará al 5º año; sin embargo, desde el 50,8 del 4º año aún se puede empeorar y acabar en 40 el 5º año):

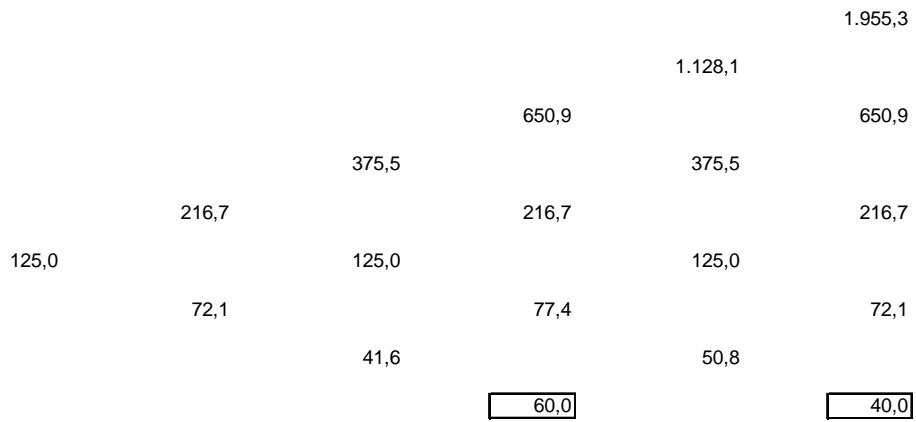


Pasemos a analizar los valores del 3º año calculando la media ponderada actualizada de los dos valores correspondientes del 4º año.

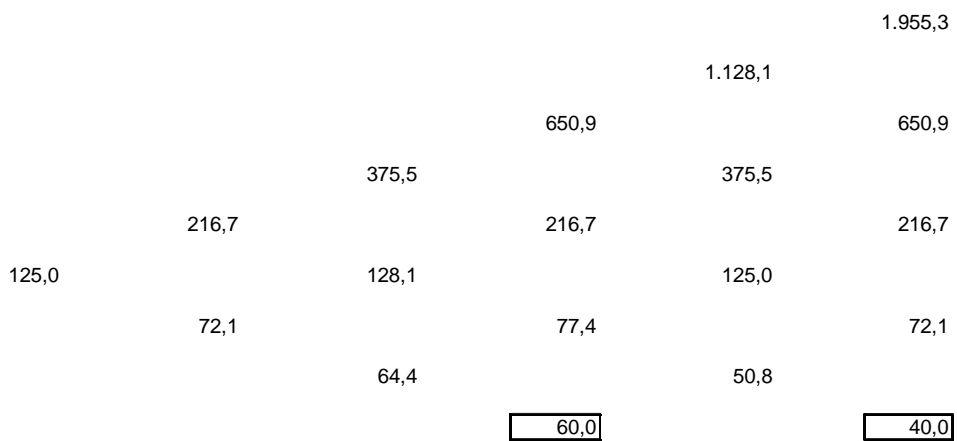


Por ejemplo, el valor de 77,4 surge de: $[125 \times 40,05\% + 50,8 \times (1-40,05\%)] / 1,04$. Al principio, valía 72,1 pero ahora ha aumentado en 5,3 millones porque el proyecto se puede vender en el 5º año por 40 millones (la opción de abandono en el 4º año no le afecta).

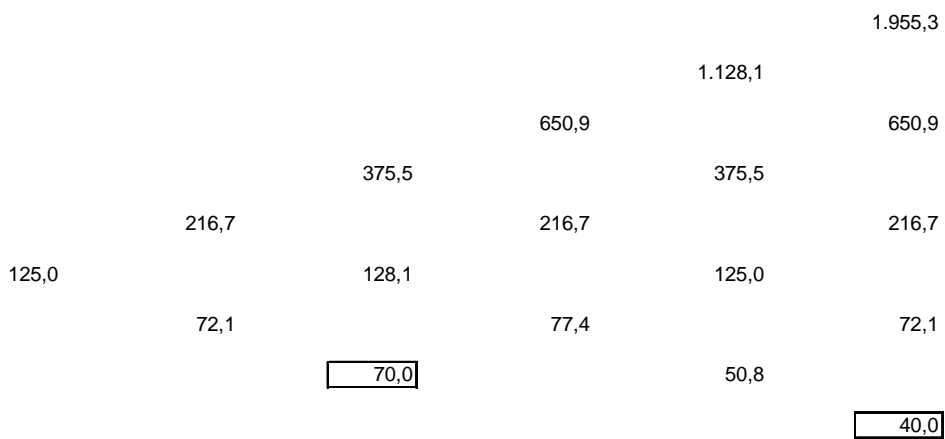
En el tercer año se puede vender el proyecto por 60 millones lo que se realizará en el peor escenario: 48,4. El árbol binomial quedará así (fíjese como no tiene sentido el peor escenario del 4º año, porque el proyecto se habrá vendido en el 3º):



Recalculando ahora los valores del 2º año en función de los del 3º obtendremos

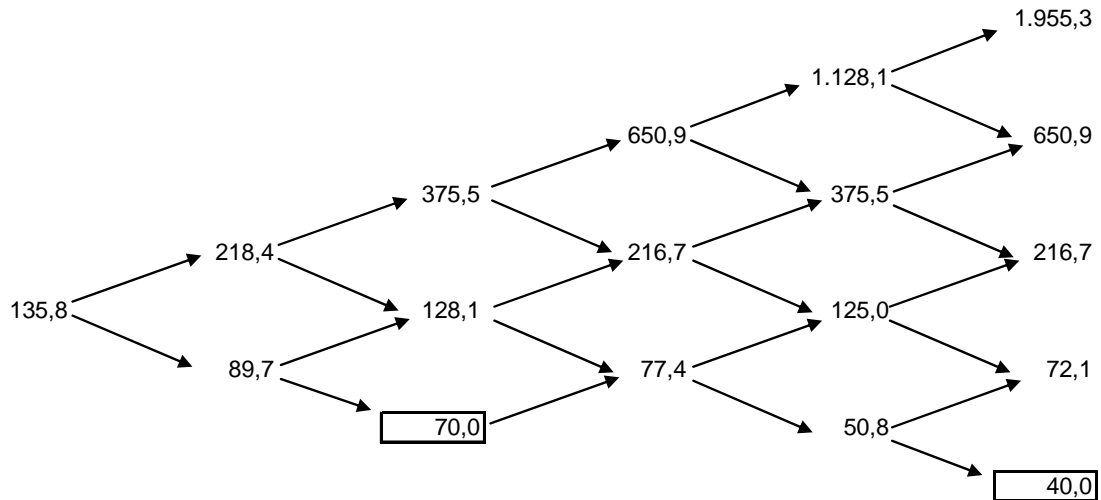


Nuevamente el peor escenario -64,4- es peor que el precio de venta pactado -70 millones para este año- así que se ejercerá la opción de abandono y el árbol quedará aún más podado.



Recalcularemos los valores para el año 1 en función de los nuevos valores del año 2. Al final del año 1 se puede vender el proyecto por 80 millones de euros, pero no hace falta hacerlo porque en ninguno de los dos escenarios se obtiene un valor inferior. Con estos valores del año 1 se recalcula el valor actual del proyecto:

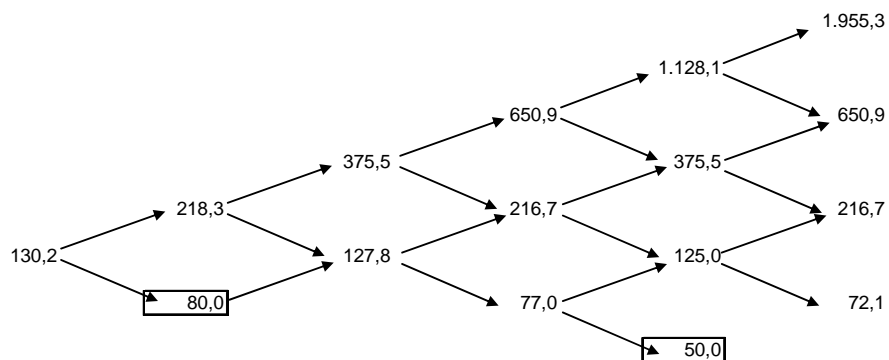
$$135,8 = [218,4 \times 40,05\% + 89,7 \times (1-40,05\%)] / 1,04$$



El resultado es que el proyecto toma un valor actual de 135,8 millones de euros 10,8 millones más que al principio gracias a la posibilidad de deshacerse del mismo en el futuro (en concreto en los años 2 y 5).

La opción de abandono toma, pues, un valor igual a **10,8 millones €** y el VAN total del proyecto será igual a: $- 128 + 135,8 = 7,8$ millones €.

NOTA: El cálculo recursivo –de derecha a izquierda- va incluyendo los valores de las diversas opciones de abandono posteriores. Es la forma teórica adecuada de calcular el valor global de la opción de abandono. Sin embargo, si se hubiera preferido ir ejerciendo las opciones de izquierda a derecha el árbol resultante daría un valor actual del proyecto de 130,2 millones, es decir, 5,6 millones menos que antes. El árbol sería el siguiente:



5. Opción real de diferir.

SmokeFree acaba de desarrollar un producto para que los fumadores puedan fumar cigarrillos que no emiten humo sino vapor de agua y está pensando en comercializarlo. Debido a la novedad del producto hay una incertidumbre acusada sobre el comportamiento del mismo en el mercado. SmokeFree desea evaluar la opción de diferir en uno o dos años el lanzamiento del producto. El valor actual de los flujos de caja del proyecto se estima en 100 millones de euros sujetos a una volatilidad anual del 35%. El tipo de interés sin riesgo es del 4%. El coste actual del proyecto es también de 100 millones de euros pero su valor crece a razón de un 5% anual y acumulativo mientras no se comercialice el producto. Cada año que transcurra sin lanzar el producto se pierde un 10% del valor actual del mismo en ese año.

Solución

a) Valor de la opción de diferir el proyecto un año.

VA del activo subyacente: 100 mill. €

Precio de ejercicio: $100 \times 1,05 = 105$ mill. €

Tiempo: 1 año

Volatilidad: 35% anual

Tipo sin riesgo: 4%

Dividendos (valor perdido por el diferimiento): 10% anual

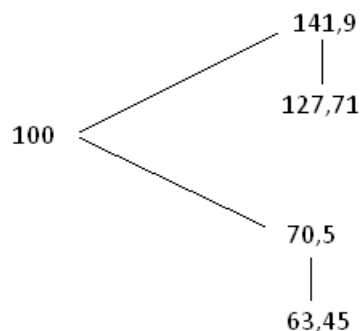
$$U = e^{0,35} = 1,419$$

$$D = 1/U = 0,705$$

$$p = (1,04 - 0,705)/(1,419 - 0,705) = 46,92\%$$

$$E^+ = (100 \times 1,419) \times (1 - 0,1) = 127,71$$

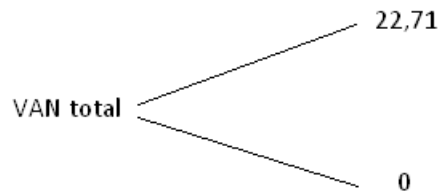
$$E^- = (100 \times 0,705) \times (1 - 0,1) = 63,45$$



Al final del año 1 la empresa debe decidir si invierte $100 \times 1,05 = 105$ mill. € o no:

$$\text{Si } E^+ = 127,71 \rightarrow VAN_1 = \text{Max}[127,71 - 105 ; 0] = 22,71 \text{ mill. €}$$

$$\text{Si } E^- = 63,45 \rightarrow VAN_1 = \text{Max}[63,45 - 105 ; 0] = 0 \text{ mill. €}$$



$$\text{VAN total} = (22,71 \times p + 0 \times (1-p)) / 1,04 = 10,246 \text{ mill. €.}$$

El VAN básico es igual a $-100 + 100 = 0$ luego la opción de diferir un año el proyecto toma un valor igual a: $10,246 - 0 = \mathbf{10,246 \text{ mill. €.}}$

b) Valor de diferir el proyecto 2 años

VA del activo subyacente: 100 mill. €

Precio de ejercicio: $100 \times (1,05)^2 = 110,25 \text{ mill. €}$

Tiempo: 1 año

Volatilidad: 35% anual

Tipo sin riesgo: 4%

Dividendos (valor perdido por el diferimiento): 10% anual

$$U = e^{0,35} = 1,419$$

$$D = 1/U = 0,705$$

$$p = (1,04 - 0,705) / (1,419 - 0,705) = 46,92\%$$

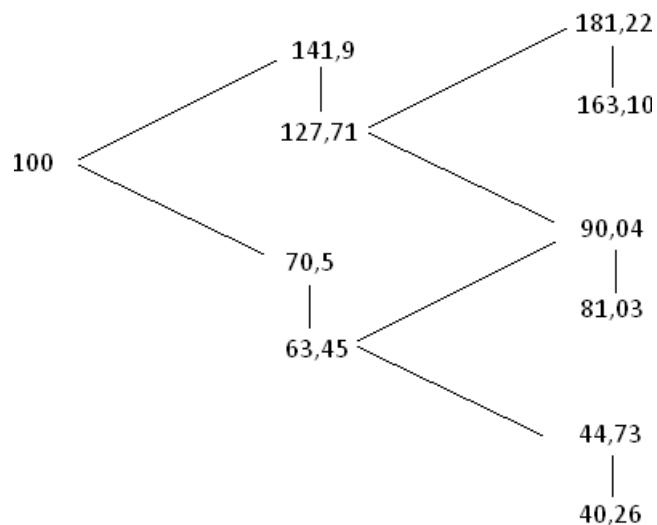
$$E^+ = (100 \times 1,419) \times (1 - 0,1) = 127,71$$

$$E^- = (100 \times 0,705) \times (1 - 0,1) = 63,45$$

$$E^{++} = (127,71 \times 1,419) \times (1 - 0,1) = 163,10$$

$$E^{+-} = (127,71 \times 0,705) \times (1 - 0,1) = 81,03$$

$$E^{--} = (63,45 \times 0,705) \times (1 - 0,1) = 40,26$$



Al final del año 2 la empresa debe decidir si invierte $100 \times 1,05^2 = 110,25$ mill. € o no:

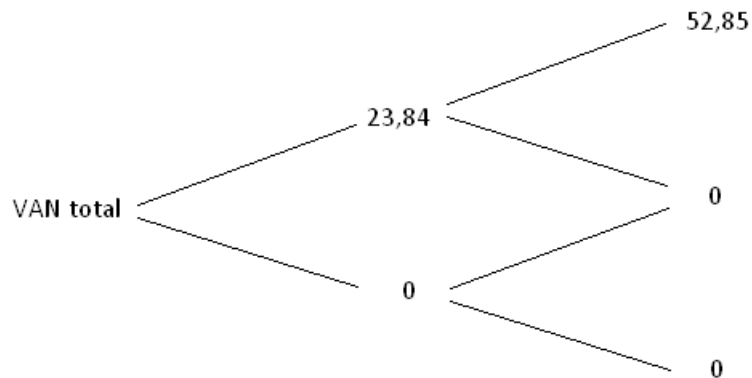
Si $E^{++} = 163,10 \rightarrow VAN_2 = \text{Max}[163,10 - 110,25 ; 0] = 52,85$ mill. €

Si $E^{+-} = 81,03 \rightarrow VAN_2 = \text{Max}[81,03 - 110,25 ; 0] = 0$ mill. €

Si $E^{--} = 40,26 \rightarrow VAN_2 = \text{Max}[40,26 - 110,25 ; 0] = 0$ mill. €

$VAN_1 = (52,85 \times p + 0 \times (1-p))/1,04 = 23,84$ mill. €

$VAN_1 = (0 \times p + 0 \times (1-p))/1,04 = 0$ mill. €



$VAN\ total = (23,84 \times p + 0 \times (1-p))/1,04 = 10,756$ mill. €

El VAN básico es igual a $-100 + 100 = 0$ luego la opción de diferir dos años el proyecto toma un valor igual a: $10,756 - 0 = 10,756$ mill. €.