La Beta Apalancada

© Juan Mascareñas
Universidad Complutense de Madrid
Última versión: **diciembre 2002**

1. El coeficiente de volatilidad

El coeficiente de volatilidad –*beta*- de un activo financiero indica cuanto varía el rendimiento de dicho activo en función de las variaciones producidas en el rendimiento del mercado en el que aquél se negocia[1]. De tal manera que al ser la beta del propio mercado igual a la unidad, todos los activos negociados en él tendrán betas superiores, inferiores, o iguales a la unidad. A aquéllos cuyas betas superen la unidad se les denomina *activos agresivos* y son los que más rápido ascienden ante una alza del mercado pero, por el contrario, son los que más rápido caen cuando el mercado se desploma; es decir, son los que más *riesgo sistemático* tienen. Por otro lado, los activos cuyas betas son inferiores a la unidad son los que varían menos que el mercado en su conjunto, cuando éste sube o baja, y, por tanto, disponen de un riesgo sistemático menor.

Las carteras de activos también tienen su beta (β_p), que se obtiene calculando la media ponderada de las betas de sus activos componentes (β_i) con relación a la parte del presupuesto invertido en ellos (X_i). Esto se puede expresar de la siguiente forma:

$$\beta_p = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + ... + X_n\beta_n$$

A través del modelo CAPM se puede utilizar la beta como instrumento básico del cálculo del coste de oportunidad del capital de un activo. La idea subyacente es muy simple: el rendimiento de cualquier activo se descompone en dos partes, un rendimiento sin riesgo (el rendimiento esperado por retrasar el consumo), y una prima de riesgo. Ésta última, según el CAPM, se calcula corrigiendo el rendimiento extra esperado por invertir en un mercado determinado (precio del riesgo) por la beta del activo en cuestión. Todo ello se puede expresar en la conocida expresión:

$$E_i = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_i$$

donde E_i es el rendimiento esperado del activo i, r_f es el rendimiento sin riesgo, el diferencial $[E_M - r_f]$ indica la prima de riesgo del mercado, y β_i indica el coeficiente de volatilidad del activo a valorar.

No es objeto de este trabajo entrar a comentar cómo se obtiene estadísticamente el coeficiente de volatilidad a través de un modelo de regresión (si el período del modelo es la semana, el mes, el año, etc.), ni si se deben utilizar betas fundamentales, contables, o históricas. Por otra parte, tampoco se va a entrar a discutir qué valor deben tener

[1] SHARPE, William: "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, Sept. 1964. Pp.: 425-442

el tipo de interés sin riesgo y la prima de riesgo del mercado[2]. Si no que nos vamos a centrar en las relaciones que gobiernan las diversas betas de una empresa y que son claves para el trabajo del analista financiero.

2. Las betas de una empresa

Una compañía tiene, en general, cuatro tipos de betas: la beta del activo cuando carece de deudas, la beta del activo cuando tiene deudas[3], la beta de los recursos propios y la beta de la deuda. Es evidente que la beta del activo de la empresa debe ser la misma que la del pasivo, por ello cuando la compañía carece de endeudamiento la beta del activo y la de los recursos propios coinciden. Por otro lado, cuando la empresa está endeudada la beta del activo debe coincidir con la beta del pasivo; ésta última se obtiene a través del promedio de las betas de los recursos propios y de la deuda ponderadas por la proporción de ambos en el pasivo de la empresa (el pasivo es una cartera formada por los recursos propios y por la deuda).

Para obtener la expresión del coeficiente de volatilidad de los fondos propios cuando la empresa está endeudada (β_e) partimos de dos expresiones que calculan el valor del activo de la empresa:

a) Según Modigliani-Miller (MM)[4], el valor de una empresa (V_L) es igual al valor de su activo cuando carece de deudas (V_u) más el valor actual de la corriente de las desgravaciones fiscales de los intereses de las deudas (tD). Por tanto, el valor de una empresa apalancada es: $V_L = V_u + tD$
b) Por otra parte si contemplamos la empresa desde el lado del pasivo, su valor será igual al valor de mercado de los recursos propios (E) más el valor de mercado de las deudas (D): $V_L = E + D$

Al igualar ambas expresiones lo primero que se puede observar es que el valor de las acciones (E) es igual a: $E = V_u - D(1\text{-}t)$, es decir, el valor de mercado de las acciones es igual al valor de la empresa sin endeudamiento (V_u) menos el valor de la deuda (D) y más el valor actual de la desgravación fiscal de los intereses (tD).

Como ya comentamos anteriormente, la beta del activo de una empresa endeudada (β_L) es igual a la media ponderada de las betas de los recursos propios (β_e) y de la deuda (β_d):

$$\beta_L = \beta e \frac{E}{E+D} + \beta d \frac{D}{E+D} = \beta e \frac{E}{V_L} + \beta d \frac{D}{V_L}$$

Por otra parte, utilizando la expresión del valor de la empresa de MM podemos obtener otro valor de la beta del activo de una empresa endeudada basándose en que V_L se descompone en dos sumandos con sus correspondientes betas y ponderados por su valor:

[2] Todos estos temas pueden verse comentados en DAMODARAN, Aswath: *Applied Corporate Finance. A User's Manual*. John Wiley. Nueva York. 1999. Capítulo 4.
[3] Nos referimos siempre a deudas a medio-largo plazo
[4] MODIGLIANI, Franco y MILLER, Merton: "Corporate Income, Taxes and the Cost of Capital: A Correction". The *American Economic Review*, vol. 53 junio 1963. Pp.: 433-443. También puede consultarse HAMADA, Robert: "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance". *The Journal of Finance* n° 24. marzo. 1.969. Pp.: 13-31

$$V_L = V_u + tD$$

$$\beta_L = \beta_u \frac{V_u}{V_u + tD} + \beta_d \frac{tD}{V_u + tD} = \beta_u \frac{V_u}{V_L} + \beta_d \frac{tD}{V_L}$$

Igualando ambas expresiones de β_L podemos despejar y obtener el valor de la beta de las acciones (β_e):

$$\beta_e \frac{E}{V_L} + \beta_d \frac{D}{V_L} = \beta_u \frac{V_u}{V_L} + \beta_d \frac{tD}{V_L} \rightarrow \beta_e E + \beta_d D = \beta_u V_u + \beta_d tD$$

$$\beta_e E = \beta_u V_u - \beta_d D(1-t)$$

$$\beta_e = \beta_u \frac{V_u}{E} - \beta_d \frac{D(1-t)}{E}$$

y como $E = V_u - D(1-t) \rightarrow V_u = E + D(1-t)$, entonces:

$$\beta_e = \beta_u \frac{E + D(1-t)}{E} - \beta_d \frac{D(1-t)}{E}$$

$$\boxed{\beta_e = \beta_u \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right] - \beta_d \frac{D(1-t)}{E} = \beta_u + (\beta_u - \beta_d) \frac{D(1-t)}{E}}$$

Lo que significa que el riesgo sistemático de las acciones es igual al de la empresa no apalancada (sin deudas) más el producto del diferencial de riesgos sistemáticos entre la empresa sin deudas y el endeudamiento multiplicado por la relación Deuda/Acciones teniendo en cuenta la desgravación fiscal.

Si se considera que la deuda tiene un riesgo despreciable ($\beta_d = 0$), entonces la expresión anterior se transforma en:

$$\boxed{\beta_e = \beta_u \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right]}$$

Por otra parte, la beta del activo cuando la empresa tiene deudas (β_L) se puede expresar en función de la beta no apalancada (β_U):

$$\beta_L = \beta_e \frac{E}{E+D} + \beta_d \frac{D}{E+D} = \left[\beta_u + (\beta_u - \beta_d)(1-t)\frac{D}{E}\right] \frac{E}{E+D} + \beta_d \frac{D}{E+D} =$$

$$= \beta_u \frac{E}{E+D} + (\beta_u - \beta_d)(1-t) \frac{D}{E+D} + \beta_d \frac{D}{E+D} =$$

$$= \beta_u \frac{E}{E+D} + (\beta_u - \beta_d - \beta_u t + \beta_d t + \beta_d) \frac{D}{E+D} =$$

$$= \beta_u \frac{E}{E+D} + \beta_u \frac{D}{E+D} - (\beta_u - \beta_d) \frac{Dt}{E+D} = \beta_u - (\beta_u - \beta_d) \frac{Dt}{E+D}$$

Ejemplo:

El valor de mercado de los recursos propios de una empresa alcanza los 50 millones de euros mientras que el de su deuda es de 25 millones. La beta de las acciones de la empresa es igual a 1,05, mientras que la de la deuda es igual a 0,5. El tipo de impositivo es el 35%. Con arreglo a esto podemos deducir que el valor de la beta del activo cuando carece de deudas (β_u) es igual a:

$$\beta_u = (\beta_e + \beta_d \frac{D(1-t)}{E}) \;/\; \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right] =$$
$$= [1{,}05 + (0{,}5 \text{ x } 0{,}65 \text{ x } (25/50))] \;/\; [1 + (0{,}65 \text{ x } (25/50))] = 0{,}9151$$

Si hubiésemos supuesto que la beta de la deuda fuese nula el valor de β_u hubiera sido igual a 0,79 (lo que hubiera supuesto un error del 16%). Por otro lado, la beta del activo de la empresa endeudada es igual a:

$$\beta_L = \beta_u - (\beta_u - \beta_d)\frac{Dt}{E+D} = 0{,}9151 - [(0{,}9151 - 0{,}5)\,(0{,}35)\,(25/75)] = 0{,}8667$$

3. Un comentario sobre la beta de la deuda

Para calcular el coste del capital de la empresa podemos utilizar dos caminos: el coste del capital medio ponderado o utilizando el CAPM.

En el caso del coste medio ponderado el capital (k_o) se calcula obteniendo la media del coste de los recursos propios (k_e) y de la deuda (k_i) después de impuestos, ponderados por el valor de dichos recursos en el total de la financiación a largo y medio plazo, lo que nos lleva a la conocida expresión:

$$k_o = k_e \frac{E}{E+D} + k_i\,(1-t)\,\frac{D}{E+D}$$

donde k_i (1-t) representa al coste de la deuda después de impuestos.

Por otra parte, utilizando el CAPM podemos calcular también el coste del capital de la empresa a través de la siguiente expresión:

$$k_o = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_L$$

que es una manera de obtener el rendimiento exigido por el mercado en función del riesgo sistemático del activo de la empresa.

Como es lógico ambas expresiones deben coincidir y para que ello ocurra deben darse las dos igualdades siguientes:

$$k_e = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_e$$
$$k_i\,(1-t) = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_d$$

entonces

$$k_o = k_e \frac{E}{E+D} + k_i\,(1-t)\,\frac{D}{E+D} = [r_f + (E_M - r_f)\,\beta_e]\,\frac{E}{E+D} + [r_f + (E_M - r_f)\,\beta_d]\,\frac{D}{E+D} =$$

$$= r_f + (E_M - r_f)\,[\beta_e \frac{E}{E+D} + \beta_d \frac{D}{E+D}] = r_f + (E_M - r_f)\,\beta_L$$

de donde se deduce que:

$$k_i\,(1\text{-}t) = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_d$$

expresión importante porque implica varias cosas interesantes. Por ejemplo, si una empresa tuviese un coste de las deudas antes de impuestos igual al rendimiento del activo sin riesgo, la beta de dichos recursos ajenos será igual a:

$$r_f\,(1\text{-}t) = r_f + [E_M - r_f]\,\beta_d \rightarrow -\,r_f\,t = [E_M - r_f]\,\beta_d \rightarrow \beta_d = \frac{-\,r_f\,t}{E_M - r_f}$$

de tal manera que si el tipo de interés sin riesgo es el 5%, el tipo impositivo el 35%, y la prima de riesgo del 4%, el valor de la beta de la deuda es igual a –0,4375. Dicho de otra forma, una empresa que pague un interés muy próximo al nominal sin riesgo tendrá una beta de la deuda negativa (si tiene beneficios, claro). Bien es cierto, que debido a la pequeña proporción que representaría dicha deuda en la estructura de capital de la empresa, su efecto prácticamente no se notará en los cálculos en los que aparezca implicada la beta de la deuda.

Por otra parte, para que la beta de la deuda sea nula el coste de ésta antes de impuestos deberá ser igual a:

$$k_i\,(1\text{-}t) = r_f + [E_M - r_f]\,0 \rightarrow k_i = \frac{r_f}{1-t}$$

así, por ejemplo, si el tipo sin riesgo es el 5% y el tipo impositivo es el 35%, el coste de la deuda antes de impuestos debería ser del 7,7% (lo que implica un diferencial[5] del 2,7%). En este caso, la deuda debería representar una parte mayor en la estructura de capital, que en el caso mostrado anteriormente, pero ahora la beta es nula por lo que tampoco afectará a los cálculos en los que aparezca implicada.

De lo anterior se puede deducir que habrá compañías con betas negativas de la deuda, que tengan un ratio de apalancamiento no nulo, y que, desde luego, las empresas calificadas BB o menos[6] tendrán betas de la deuda positivas y un importante ratio de apalancamiento. En ambos casos se deberá utilizar la expresión general y no la simplificada a la hora de calcular la beta del activo no apalancada so pena de cometer un error importante. Tomemos, como ejemplo, el rendimiento de la deuda de Jazztel[7] a finales del año 2.000 que era del 22,9% antes de impuestos cuando el tipo de interés sin riesgo era del 5,1% y se suponía que la prima de riesgo del mercado era del 3,5%. La beta de la deuda de Jazztel era igual a:

$$k_i\,(1\text{-}t) = r_f + (E_m - r_f)\,\beta_d \rightarrow 22{,}9\%\,(1\text{-}0{,}35) = 5{,}1\% + (3{,}5\%)\,\beta_d \rightarrow \beta_d = 2{,}7957$$

[5] El diferencial teórico para una beta de la deuda nula será igual a: $k_i - r_f = [r_f / (1\text{-}t)] - r_f = r_f\,t / (1\text{-}t)$

[6] Damodaran calcula un diferencial medio del 3,5% sobre el tipo sin riesgo para las compañías calificadas BB. Véase Damodaran, Aswath: *Investment Valuation*. John Wiley 2002 (2ª ed.) Pág.: 209

[7] Datos obtenidos de un informe de Merrill Lynch del 13 de diciembre de 2000. Obsérvese que el coste de la deuda es mucho más caro que el de las acciones lo que no parece algo lógico, pero eso es lo que pone el informe.

valor que está muy lejos de ser despreciable. En esos instantes, curiosamente, la beta de las acciones era β_e = 1,74 lo que implicaba un coste de las acciones igual a k_e = 11,2%. El ratio deuda/acciones era igual a 0,43. Con arreglo a estos datos si utilizamos la última expresión obtendríamos un valor de la beta no apalancada (β_u) igual a:

β_u = 1,74 / [1 + (1-0,35)0,43] = 1,36

pero si utilizamos la expresión completa el valor de la beta no apalancada sería igual a:

$$\beta_e = \beta_u \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right] - \beta_d \frac{D(1-t)}{E} \rightarrow \beta_u = (\beta_e + \beta_d \frac{D(1-t)}{E}) / \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right]$$

$$\beta_u = (\beta_e + \beta_d \frac{D(1-t)}{E}) / \left[1 + \frac{D(1-t)}{E}\right] =$$
$$= (1{,}74 + (2{,}7957 \times 0{,}65 \times 0{,}43)) / [1 + (0{,}65 \times 0{,}43)] = 1{,}97$$

como se puede observar la diferencia es realmente importante y, sin embargo, la expresión simplificada que implica riesgo nulo para la deuda es ampliamente utilizada en el análisis financiero. Supongamos, ahora, que el analista desea averiguar cuál sería la beta de los recursos propios de Jazztel si el ratio deuda/acciones fuese igual a la unidad. Para ello utilizaremos tanto la beta no apalancada de la expresión simplificada como la de la expresión general:

a) Expresión simplificada. β_u = 1,36 → β_e = 1,36 [1 + (1-0,35) 1] = 2,244 → k_e = 5,1% + (3,5%) 2,244 = 12,954%
b) Expresión general. β_u = 1,97 → β_e = 1,97 [1 + (1-0,35) 1] – [2,7957 (1) (1-0,35)] = 1,4333 → k_e = 5,1% + (3,5%) 1,4333 = 10,11655%

Como se observa la diferencia entre usar una u otra expresión es abismal: ¡casi tres puntos porcentuales en el coste del capital de los recursos propios!.

El ejemplo anterior, es algo atípico porque el coste del endeudamiento es superior al coste de los recursos propios, lo que no deja de ser algo extraño. Pero, a pesar de todo ha servido para ilustrar la diferencia entre utilizar la expresión simplificada (beta de la deuda igual a cero) y la general.

4. Los costes de quiebra y de agencia

Es necesario comentar que todas las expresiones sobre el cálculo de la beta se han basado en la expresión desarrollada por Modigliani y Miller: $V_L = V_u + tD$ y como sabemos esta expresión exagera el valor de la empresa cuando el ratio de apalancamiento alcanza un nivel importante. Este nivel es aquél en que empiezan a ser importantes los costes de quiebra y de agencia en el valor de la empresa. Por tanto, debemos tener en cuenta esta limitación del modelo al estimar las betas no apalancadas de las empresas con altas cantidades de deuda.

Bibliografía

DAMODARAN, Aswath: *Applied Corporate Finance. A User's Manual*. John Wiley. Nueva York. 1999. Capítulo 4

DAMODARAN, Aswath: *Investment Valuation*. John Wiley 2002 (2ª ed.)

HAMADA, Robert: "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance". *Journal of Finance* 24. Marzo. 1969. Pp.: 19-30

MODIGLIANI, Franco y MILLER, Merton: "Corporate Income, Taxes and the Cost of Capital: A Correction". *The American Economic Review*, vol. 53 junio 1963. Pp.: 433-443

ROSS, WESTERFIELD y JAFFE: *Corporate Finance*. McGraw Hill. Nueva York. 1999 (5ª ed.). Pág.: 449

SHARPE, William: "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, Sept. 1964. Pp.: 425-442